GOVERNO DE PORTUGAL — MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CIÊNCIA ESCOLA SECUNDÁRIA de SERPA **AGRUPAMENTO DE ESCOLAS n.º 2 de SERPA**	**AVALIAÇÃO ESCRITA DE MATEMÁTICA A** **Teste nº 4** **Turma: 12º A** **Ano letivo: 2023/2024** **2º Período** **Data de Realização: 5 de março de 2024** **Duração: 90 *minutos***

Nome: ____ **Nº:** __________

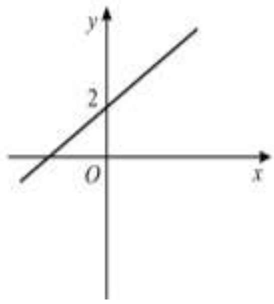
Avaliação por Domínios			**Avaliação Global**
Domínios	**Conhecimentos Matemáticos**	**Capacidades Matemáticas**	
Pontuação total:	**144**	**56**	**200**
~~Pontuação~~ obtida:			
Escala de 0 a 20			
Assinatura do Professor: ____________________		**Assinatura do Enc. de Educação:** _______________	

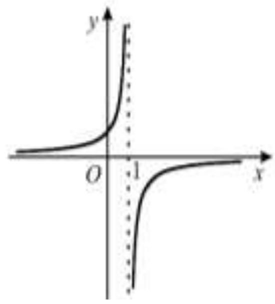
Nos itens de escolha múltipla indica a resposta correta, não apresentes cálculo.

Nos itens de desenvolvimento apresenta o teu raciocínio de forma clara e justifica devidamente todas as tuas afirmações. Indica todos os cálculos necessários, de modo a evidenciar as propriedades utilizadas. Apresenta os resultados na forma mais simplificada possível.

1) De duas funções, f e g, sabe-se que:

- O gráfico de f é uma reta, cuja ordenada na origem é igual a 2.
- O gráfico de g é uma hipérbole.





Nas figuras seguintes estão representadas parte dessa reta e parte dessa hipérbole.

A reta de equação $x = 1$ é assíntota do gráfico de g.

Indica o valor de $\lim_{x \to 1^+} \frac{f(x)}{g(x)}$

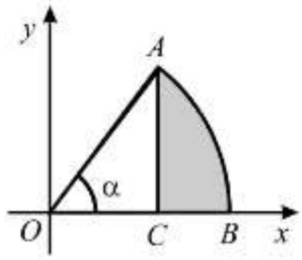
(A) 0 (B) 2 (C) $+\infty$ (D) $-\infty$

2) Na figura está representado, em referencial $o.n.\ xOy$, um arco AB, que está contido na circunferência $x^2 + y^2 = 1$.

O ponto C pertence ao eixo Ox e o segmento de reta $[AC]$ é perpendicular a este eixo.

α é a amplitude, em radianos, do ângulo AOB.

Qual é a expressão que dá o perímetro da região sombreada, em função de α?



(A) $\pi\ x\ \alpha + sen\alpha + cos\alpha$

(B) $\pi\ x\ \alpha$+sen$\alpha + 1 - cos\alpha$

(C) $1 + \alpha - sen\alpha + cos\alpha$

(D) $1 + \alpha + sen\alpha - cos\alpha$

3) Seja h a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x) = \frac{ln(\sqrt{e^x})}{2}$

(ln $designa\ o\ logaritmo\ de\ base\ e$)

Qual das seguintes expressões pode também definir h?

(A) $\sqrt{x}$

(B) $\frac{x}{2}$

(C) $\frac{x}{4}$

(D) $\frac{\sqrt{x}}{2}$

4) Para certos valores de a e de b $(a > 1\ e\ b > 1)$, tem-se $\log_a\left(\frac{b}{a}\right) = 2$

Qual o valor de $\log_a\left(\sqrt{a^3}xb^2\right)$?

(A) $\frac{13}{2}$

(B) $\frac{15}{2}$

(C) $\frac{19}{2}$

(D) $\frac{21}{2}$

5) Qual é o valor de $\lim_{x \to 0} \frac{sen(2x)}{x}$

(A) 0

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 1

(D) 2

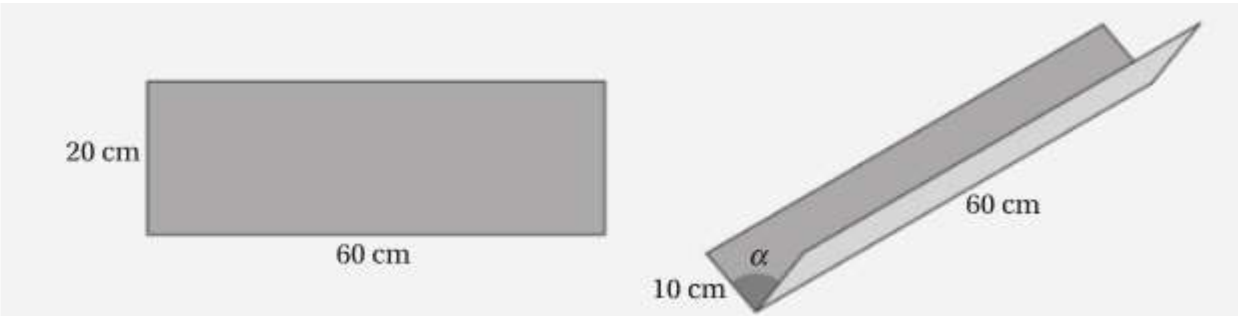
6) Um certo capital C_0 foi investido, durante n anos, num regime de juros compostos a uma taxa anual nominal de $r\%$, com capitalizações anuais.

6.1) Sabendo que o capital duplicou em 30 anos, qual foi a taxa de juro (apresenta o resultado na forma de percentagem com duas casas decimais)?

6.2) **Mostra** que, se $r = 2{,}1\%$, o número, n, de anos que terão de decorrer para que o capital inicial seja valorizado em 50% é dado por:

$$n = \frac{ln1{,}5}{ln1{,}021}$$

7) Com chapas metálicas retangulares, com 60cm de comprimento e 20cm de largura, pretende-se construir caleiras dobrando as chapas, no sentido do comprimento, como é sugerido na figura.



Seja α a amplitude, em radianos, do ângulo de abertura dos dois lados da caleira.
Determine o valor de α para o qual a capacidade da caleira é máxima.

8) Considera as funções reais de variável real f e g definidas por:

$f(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^{1-x^2}$ e $g(x) = 3^{-3x}$

8.1) Indica o domínio e contradomínio de cada uma das funções.

8.2) Determina a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) do gráfico de f com ordenada $\sqrt{3}$.

8.3) Verifica, analiticamente, se os gráficos das duas funções se intersetam e, caso afirmativo, identifica os respetivos pontos de interseção.

9) Determina a equação e a inequação, indicando o seu conjunto solução:

9.1) $x^2e^{x-1} - e^x = 0$

9.2) $\log_7(x+2) \geq \log_7(6-2x) - \log_7 x$

	1	2	3	4	5	6.1	6.2	7	8.1	8.2	8.3	9.1	9.2		Total
Co_M	12	12	12	12	12				12	16	20	16	20		144
Ca_M						18	18	20							56
Total	12	12	12	12	12	18	18	20	12	16	20	16	20		200

FORMULÁRIO:

$* \ (k)' = 0 \ , \quad k \in \mathbb{R}$

$* \ (f \pm g)' = f' \pm g'$

$* \ (x)' = 1$

$* \ (k.f)' = k.f'$

$* \ (x^\alpha)' = \alpha \times x^{\alpha-1} \ , \quad \alpha \in \mathbb{Q}$

$* \ (f.g)' = f'.g + f.g'$

$* \ (f^\alpha)' = \alpha.f^{\alpha-1}.f' \ , \quad \alpha \in \mathbb{Q}$

$* \ \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'.g - f.g'}{g^2}$

$* \ \left(\sqrt[n]{f}\right)' = \frac{f'}{n\sqrt[n]{f^{n-1}}}$

A docente

Maria José Alves Madeira